

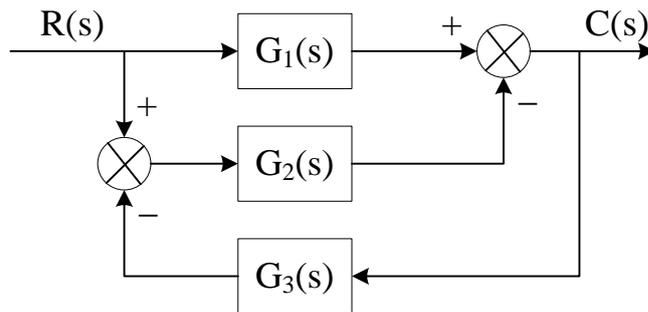
湖北汽车工业学院

2015 年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 803 自动控制原理 (B 卷)

(答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效)

一、(10 分) 求图示系统的传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。

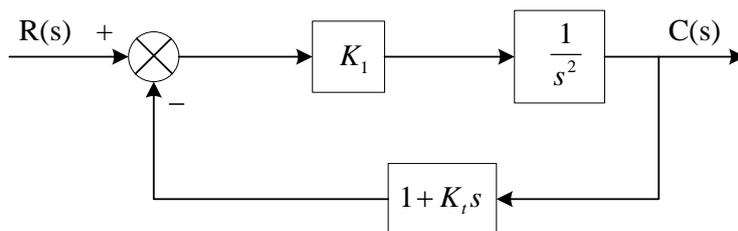


答案：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s) - G_2(s)}{1 - G_2(s)G_3(s)}$$

若利用梅森公式，前向通道、回路每条各 2 分，特征式 2 分，最后结果 2 分
若利用等效变换，综合点移动 4 分，其他串、并、反馈化简各 2 分。

二、(20 分) 控制系统如图所示，若要求系统的超调量 $M_p = 0.25$ ，峰值时间 $t_p = 2s$ ，试确定 K_1 、 K_t 。



答案：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_1}{s^2 + K_1 K_t s + K_1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4 \text{ 分})$$

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.25 \Rightarrow \zeta = 0.4 \quad (4 \text{ 分})$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = 2 \Rightarrow \omega_n = 1.71 \quad (4 \text{ 分})$$

$$K_1 = \omega_n^2 = 2.92 \quad (4 \text{ 分})$$

$$K_t = \frac{2\zeta\omega_n}{K_1} = 0.47 \quad (4 \text{ 分})$$

三、(26 分) 已知单位反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K(s+4)}{s(s+2)}$

(1) 绘制系统的根轨迹图；

(2) 分析 K 对系统性能的影响，并求系统最小阻尼比所对应的闭环极点。

答案：

开环极点 0、-2，开环零点-4 (2 分)

实轴上根轨迹区间 $(-\infty, -4)$ 、 $(-2, 0)$ (2 分)

闭环特征方程 $s^2 + 2s + Ks + 4K = 0$

分离点： $s_1 = -1.172$ ， $s_2 = -6.828$ (4 分)

令 $s = \sigma + j\omega$ ，代入特征方程，分别令实部和虚部为 0，整理得圆方程

$$(\sigma + 4)^2 + \omega^2 = (\sqrt{8})^2 = 2.828^2 \quad (4 \text{ 分})$$

根据幅值条件求两个分离点的根轨迹增益值： $K_1=0.343$ ， $K_2=11.66$ (2 分)

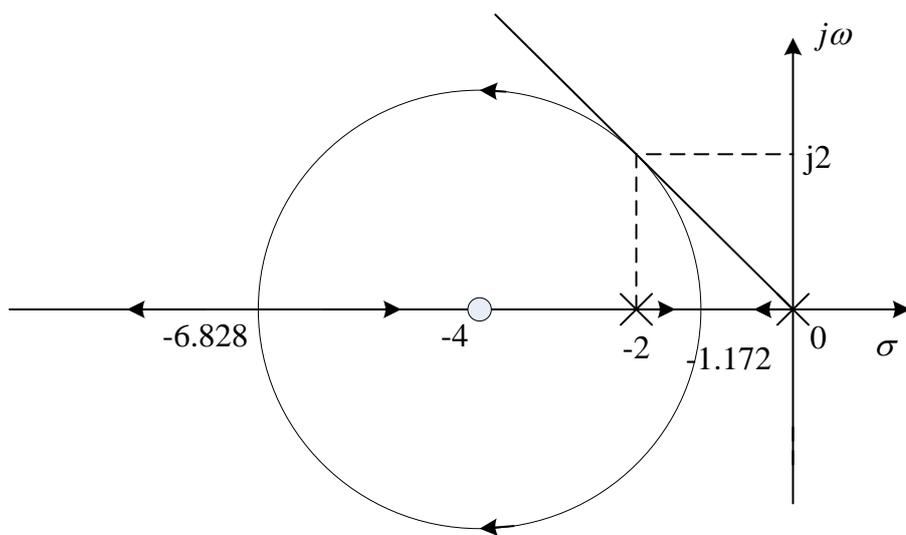
$0 < K < 0.343$ 或 $K > 11.66$ ，有两不等负实根，过阻尼状态 (2 分)

$0.343 < K < 11.66$ ，有一对共轭复根，欠阻尼状态 (2 分)

最小阻尼比出现在第二象限与圆相切的等 ζ 线上， $\zeta = \cos 45^\circ = 0.707$ (2 分)

相应的闭环极点为 $-2 \pm j2$ (2 分)

图形 (4 分)

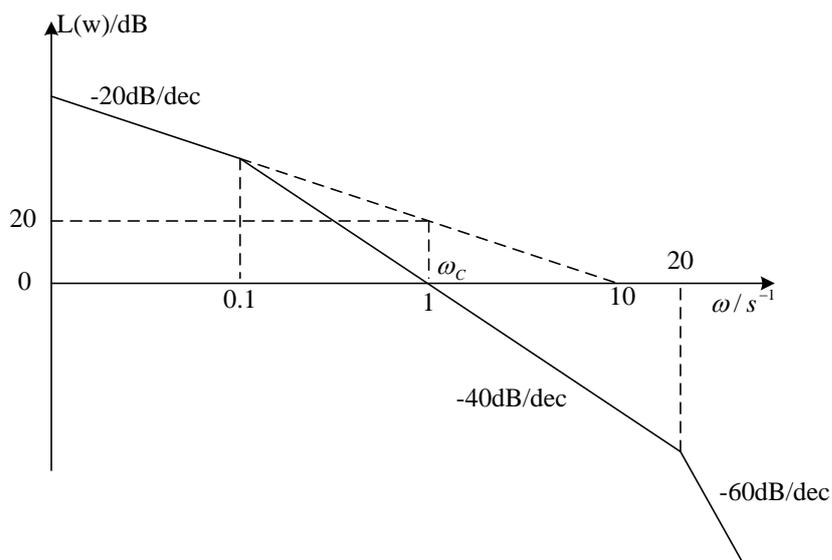


四、(20 分) 已知单位反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{200}{s(10s+1)(s+20)}$

- (1) 绘制系统的开环对数幅频特性；
- (2) 计算系统的截止频率 ω_c 和相角裕度 γ ，并判断系统的稳定性。

答案：

$$G(s) = \frac{200}{s(10s+1)(s+20)} = \frac{10}{s(10s+1)(0.05s+1)}$$



(图中，每段斜率值 2 分，每个转折频率 2 分， $L(1)=20$ 标注得 2 分，共 12 分)

$$40\lg \frac{\omega_c}{0.1} = 20\lg 10 + 20\lg \frac{1}{0.1} \text{ 或 } A(\omega_c) \approx \frac{10}{\omega_c \times 10\omega_c} = 1, \text{ 解得 } \omega_c = 1 \quad (2 \text{ 分})$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \text{tg}^{-1} 10\omega - \text{tg}^{-1} 0.05\omega \quad (2 \text{ 分})$$

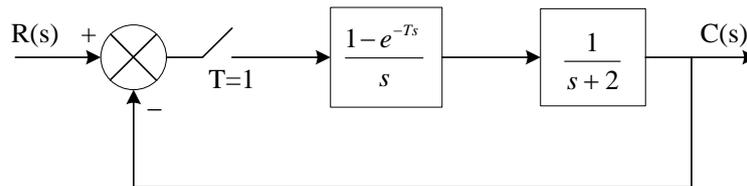
$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 2.85^\circ > 0^\circ, \text{ 系统稳定} \quad (4 \text{ 分})$$

五、对控制系统进行校正时，在什么情况下，不宜采用串联超前校正，为什么？
(6 分)

答案：

在系统的快速性满足要求而稳定性不满足要求或快速性达到要求而希望系统动态响应的超调量不太大，以及有高频噪声信号时不宜采用超前校正，因为超前校正会增加频带宽度，信号通过能力增强，改善系统快速性，同时使稳态性能变差。(6 分)

六、(14 分) 求图示系统的闭环 Z 传递函数 $\frac{C(z)}{R(z)}$ 。



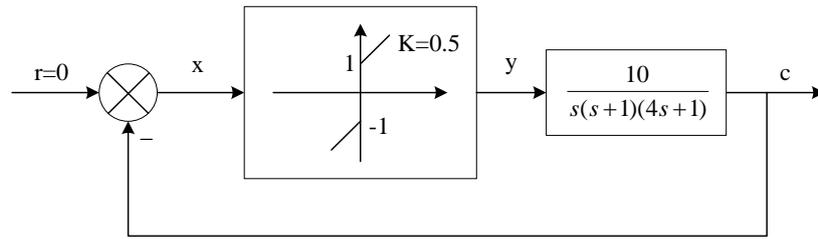
答案：

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{(1 - z^{-1})Z\left(\frac{1}{s(s+2)}\right)}{1 + (1 - z^{-1})Z\left(\frac{1}{s(s+2)}\right)} \quad (6 \text{ 分})$$

$$Z\left(\frac{1}{s(s+2)}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-2T}} \right), \text{ 将 } T=1 \text{ 代入, 整理得} \quad (4 \text{ 分})$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{0.4325}{z - 0.135} \quad (4 \text{ 分})$$

七、(18 分) 非线性控制系统如图所示 (该非线性环节描述函数为 $N(X) = k + \frac{4M}{\pi X}$), 试分析系统的稳定性。



答案：

负倒描述函数为

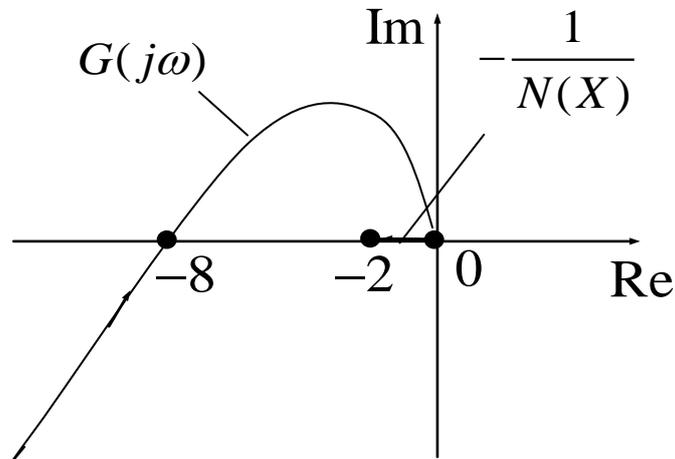
$$-\frac{1}{N(X)} = -\frac{1}{k + \frac{4M}{\pi X}} = -\frac{1}{0.5 + \frac{4}{\pi X}} \quad (4 \text{ 分})$$

负倒描述函数曲线的起点为 (0, 0)，终点为 (-2, 0)， (4 分)

线性环节频率特性为 $G(j\omega) = \frac{10}{j\omega(j\omega+1)(4j\omega+1)}$ (2 分)

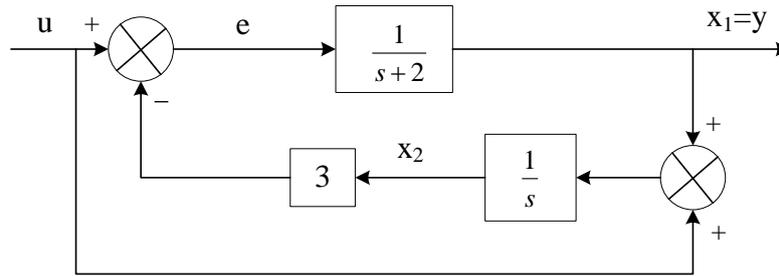
令 $\text{Im}G(j\omega) = 0$ ，解得 $\omega_g = 0.5$ ， $G(j\omega_g) = -8$ (4 分)

$G(j\omega)$ 曲线包围了负倒幅曲线，非线性系统不稳定。 (4 分)



八、(14 分) 反馈控制系统如图所示，其中 u 为输入量， y 为输出量， x_1 和 x_2 为系统的状态变量。

- (1) 判断系统的能控性和能观性；
- (2) 判断系统是否稳定。



答案：

系统状态方程：

$$x_1 = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = [1 \quad 0]x \quad (4 \text{ 分})$$

$$\text{rank}[b \quad Ab] = \text{rank} \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2, \quad \text{满秩, 系统能控} \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = 2, \quad \text{满秩, 系统能观} \quad (3 \text{ 分})$$

特征方程 $\det[sI - A] = s^2 + 2s + 3 = 0$ ，显然特征根均在 s 左半平面，系统稳定。

(4 分)

九、(22 分) 系统状态空间表达式为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = [3 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- (1) 判定该系统的状态稳定性；
- (2) 采用状态反馈，使系统的特征值为-1、-2 和-3，求状态反馈阵 K ；
- (3) 画出有状态反馈的模拟结构图。

答案：

$$(1) \quad |\lambda I - A| = (\lambda - 2)(\lambda + 1)(\lambda - 1)$$

系统特征值为 $\pm 1, 2$ ，有 2 个正根，故不稳定。 (4 分)

(2) 加入状态反馈后，

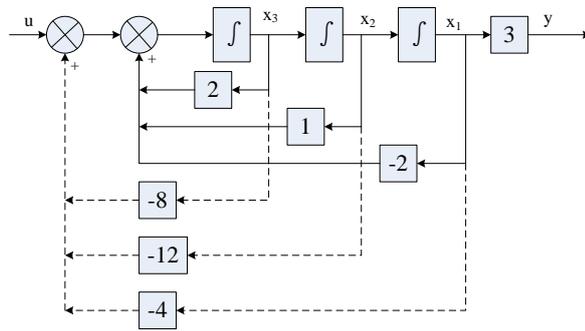
$$f(\lambda) = \det[\lambda I - (A + bK)] = \lambda^3 + (-2 - k_2)\lambda^2 + (-1 - k_1)\lambda + (2 - k_0) \quad (6 \text{ 分})$$

期望特征多项式为

$$f^*(\lambda) = (\lambda + 1)(\lambda + 2)(\lambda + 3) = \lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 6 \quad (2 \text{ 分})$$

比较 $f(\lambda), f^*(\lambda)$ ，解得 $K = [-4 \quad -12 \quad -8]$ (6 分)

(3) 模拟结构图 (4 分)



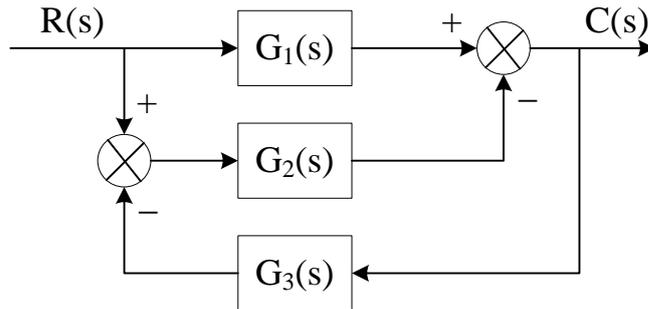
湖北汽车工业学院

2015 年硕士研究生入学考试试题

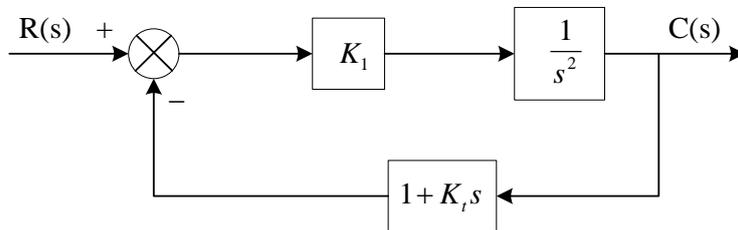
考试科目： 803 自动控制原理 (B 卷)

(答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效)

一、求图示系统的传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。(10 分)



二、控制系统如图所示，若要求系统的超调量 $M_p = 0.25$ ，峰值时间 $t_p = 2s$ 。试确定 K_1 、 K_t (分)



三、已知单位反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K(s+4)}{s(s+2)}$

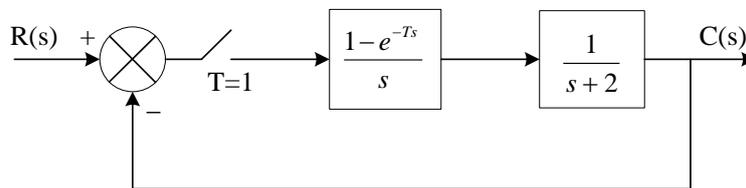
- (1) 绘制系统的根轨迹图；
 - (2) 分析 K 对系统性能的影响，并求系统最小阻尼比所对应的闭环极点。
- (分)

四、已知单位反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{200}{s(10s+1)(s+20)}$

- (1) 绘制系统的开环对数幅频特性；
- (2) 计算系统的截止频率 ω_c 和相角裕度 γ ，并判断系统的稳定性。(分)

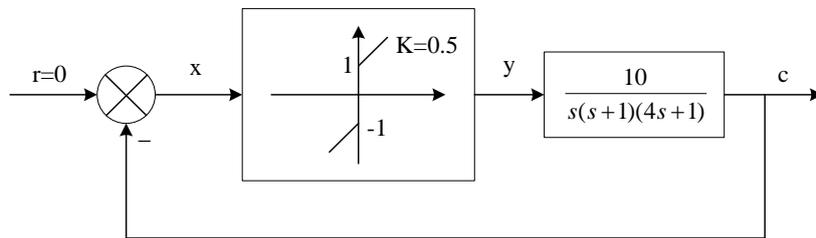
五、对控制系统进行校正时，在什么情况下，不宜采用串联超前校正，为什么？(分)

六、求图示系统的闭环 Z 传递函数 $\frac{C(z)}{R(z)}$ 。(分)



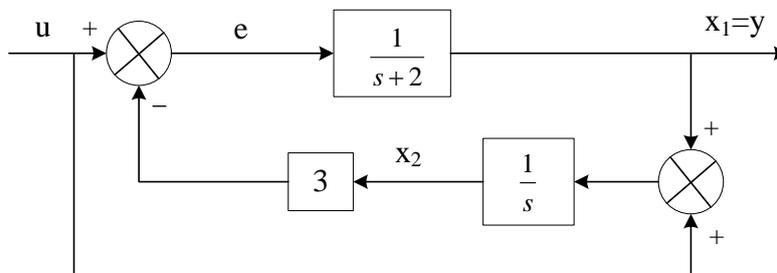
七、非线性控制系统如图所示，试分析系统的稳定性。(分)

(该非线性环节描述函数为 $N(X) = k + \frac{4M}{\pi X}$)



八、反馈控制系统如图所示，其中 u 为输入量，y 为输出量， x_1 和 x_2 为系统的状态变量。

- (1) 判断系统的能控性和能观性；
- (2) 判断系统是否稳定。(分)



九、系统状态空间表达式为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- (1) 判定该系统的状态稳定性；
- (2) 采用状态反馈，使系统的特征值为-1、-2 和-3，求状态反馈阵 K；
- (3) 画出有状态反馈的模拟结构图。(分)

答案：

1) $|\lambda I - A| = (\lambda - 2)(\lambda + 1)(\lambda - 1)$

系统特征值为±1,2，有 2 个正根，故不稳定。

2) 加入状态反馈后，

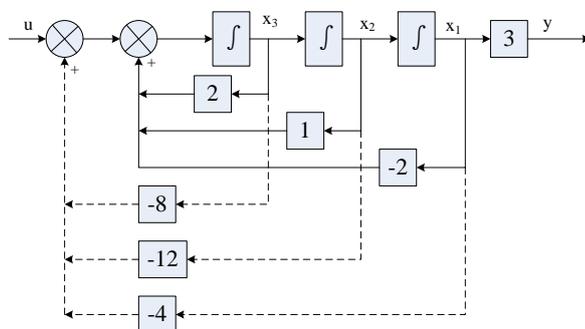
$$f(\lambda) = \det[\lambda I - (A + bK)] = \lambda^3 + (-2 - k_2)\lambda^2 + (-1 - k_1)\lambda + (2 - k_0)$$

期望特征多项式为

$$f^*(\lambda) = (\lambda + 1)(\lambda + 2)(\lambda + 3) = \lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 6$$

比较 $f(\lambda), f^*(\lambda)$ ，解得 $K = [-4 \quad -12 \quad -8]$

3) 模拟结构图



- 第 1 问正确得 4 分，特征根计算正确各得 1 分，稳定性判断正确得 1 分；
 第 2 问正确得 12 分，其中，希望特征方程正确得 2 分，具有状态反馈特征方程正确得 4 分， $K = [-4 \quad -12 \quad -8]$ 计算正确得 6 分，每个元素错误扣 2 分；
 第 3 问正确得 4 分，状态反馈画错扣 2 分，基本系统画错扣 2 分。