

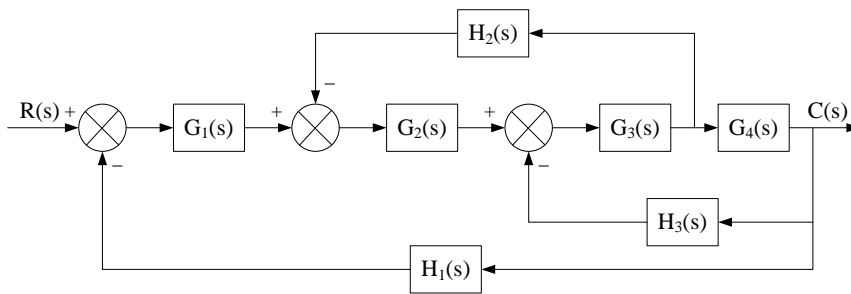
湖北汽车工业学院

2015 年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 803 自动控制原理 (A 卷)

(答案必须写在答题纸上，写在其他地方无效)

一、(12 分) 求图示系统的传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。

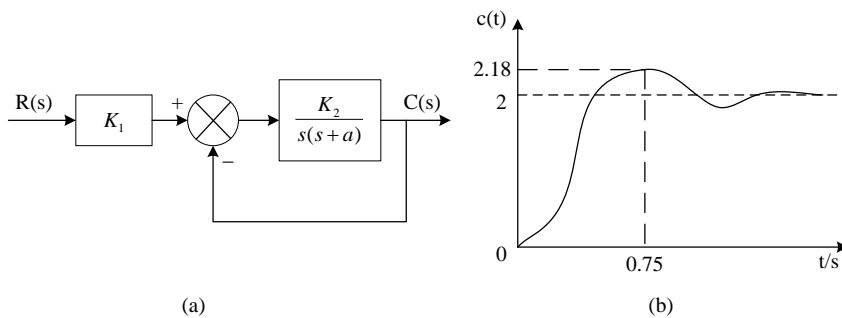


答案：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)H_1(s) + G_2(s)G_3(s)H_2(s) + G_3(s)G_4(s)H_3(s)}$$

评分依据：若按梅森公式计算，前向通道、回路每个 2 分，特征式 2 分，最后结果 2 分；若按等效变换，则每一次综合点、取出点移动各 2 分，串、并、反馈化简各 2 分。

二、(20 分) 已知图(a)所示系统的单位阶跃响应曲线如图(b)所示，试求参数 K_1 、 K_2 和 a 的值。



答案：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_1 K_2}{s^2 + as + K_2} \quad (2 \text{ 分})$$

由图 (b) 稳态输出值为 2，可知 $K_1 = 2$ (2 分)

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.09 \Rightarrow \zeta = 0.6 \quad (4 \text{ 分})$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = 0.75 \Rightarrow \omega_n = 5.2 \quad (4 \text{ 分})$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_1 K_2}{s^2 + as + K_2} = \frac{K_1 \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2 \text{ 分})$$

$$K_2 = \omega_n^2 = 27.04, \quad a = 2\zeta\omega_n = 6.24 \quad (6 \text{ 分}, \text{ 每个式子 } 2 \text{ 分}, \text{ 每个结果 } 1 \text{ 分})$$

三、(20 分) 设单位反馈控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$

- (1) 绘制系统的根轨迹图；
- (2) 确定引起衰减振荡响应时的 K 值范围；
- (3) 当系统响应为等幅振荡情况时，计算闭环极点。

答案：

开环极点 0、-1、-2，无开环零点 (1 分)

实轴上根轨迹区间为 $(-\infty, -2)$ 、 $(-1, 0)$ (2 分)

渐近线： $\varphi_a = \pm 60^\circ, 180^\circ$ ， $\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_j}{n-m} = -1$ (1 分)

分离点： $s_d \approx -0.42$ ， $K=0.38$ (4 分)

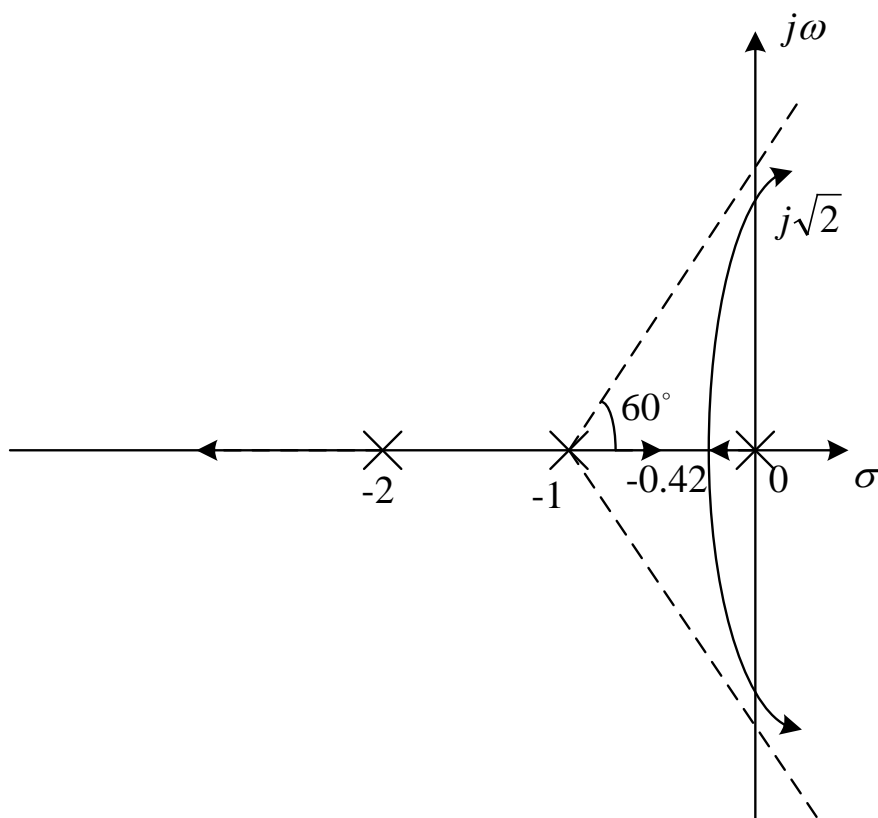
与虚轴交点： $\pm j\sqrt{2}$ ， $K=6$ (4 分)

图形

(2) 衰减振荡 K 值范围 (0.38, 6) (2 分)

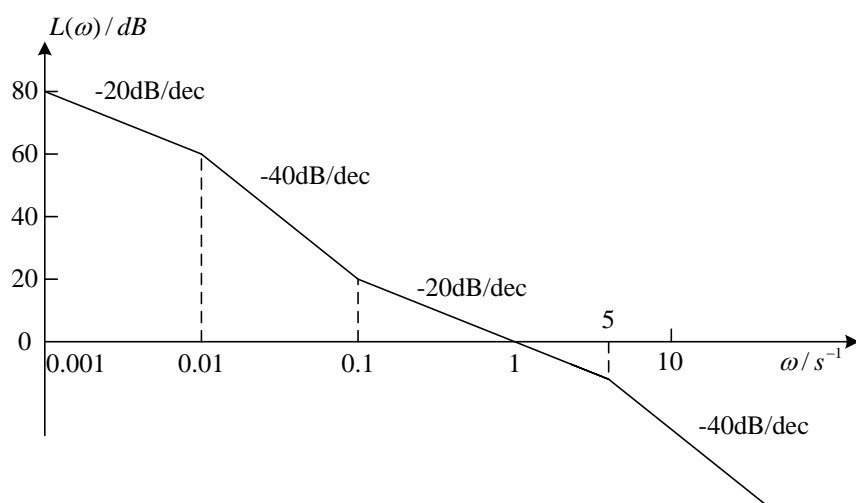
(3) $\pm j\sqrt{2}$ ， -3 (2 分)

图形 (4 分)



四、(20 分) 如图所示为一单位反馈系统的开环对数幅频特性(最小相位系统)。试求：

- (1) 写出系统的开环传递函数；
- (2) 计算系统的相角裕度；
- (3) 求 $r(t) = 0.5 + 2t$ 时的系统稳态误差。



答案：

$$(1) G(s) = \frac{10(10s+1)}{s(100s+1)(0.2s+1)} \quad (\text{每个环节 2 分, 共 10 分})$$

$$(2) \omega_c = 1, \quad \varphi(\omega) = -90^\circ + \text{tg}^{-1}10\omega - \text{tg}^{-1}100\omega - \text{tg}^{-1}0.2\omega \quad (3 \text{ 分})$$

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 73.56^\circ > 0^\circ, \quad \text{系统稳定} \quad (\text{公式 2 分, 结果 2 分})$$

$$(3) e_{ss} = 0 + \frac{2}{K_v} = \frac{2}{10} = 0.2 \quad (3 \text{ 分})$$

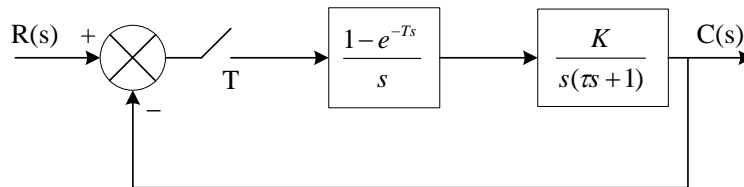
五、(8 分) 写出串联超前校正装置的传递函数, 说明其应用场合及所能达到的校正效果。

答案：

$$G_c(s) = \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} \quad (\alpha > 1) \quad (2 \text{ 分})$$

超前校正可产生正的相角移动和正的幅值斜率。通过幅值扩张可改善中频段斜率, 故采用超前校正可以增大系统的稳定裕度和频带宽度, 提高系统动态响应的平稳性和快速性。其对提高系统的稳态精度作用不大, 且使抗干扰能力有所降低, 因此一般用于稳态性能已满足要求但动态性能较差的系统。(6 分)

六、(14 分) 如图所示为一采样控制系统, 输入信号 $r(t) = 2 \times 1(t) + t$, 试计算系统的稳态误差 (假设各参数能满足闭环系统稳定)。



答案：

$$G(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{K}{s(\tau s + 1)} = (1 - e^{-Ts}) \left(\frac{K}{s^2} + \frac{-K\tau}{s} + \frac{K\tau}{s + \frac{1}{\tau}} \right) \quad (4 \text{ 分})$$

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \left(\frac{KTz}{(z-1)^2} - \frac{K\tau z}{z-1} + \frac{K\tau z}{z - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) = \frac{KT(z - e^{-\frac{T}{\tau}}) + K\tau(z-1)(e^{-\frac{T}{\tau}} - 1)}{(z-1)(z - e^{-\frac{T}{\tau}})}$$

(4 分)

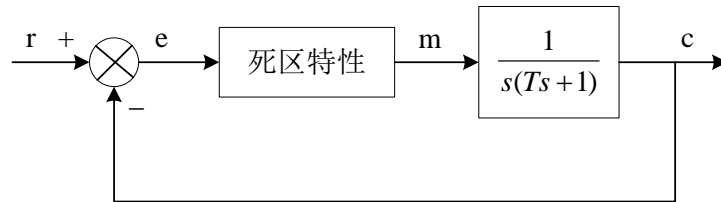
$$\text{该系统为 I 型系统, } K_v = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)G(z) = KT$$

(4 分)

$$e_{ss} = 0 + \frac{T}{K_v} = \frac{1}{K} \quad (2 \text{ 分})$$

七、(20 分) 图示系统中的非线性特性为死区特性，其死区宽度为 a ($a < 1$)，线性输出的斜率为 K ，在单位阶跃信号输入下，写出利用相平面法分析系统时的以下方程：

- (1) 各区域的相轨迹方程；
- (2) 各区域的等倾线方程；



答案：

线性部分微分方程： $T\ddot{c} + \dot{c} = m$ (2 分)

$e = r - c$, $\dot{r} = \ddot{r} = 0$, 则 $T\ddot{e} + \dot{e} + m = 0$ (2 分)

按非线性特性分区：

$T\ddot{e} + \dot{e} = 0$, $|e| < a$ (2 分)

$T\ddot{e} + \dot{e} + K(e - a) = 0$, $e > a$ (2 分)

$T\ddot{e} + \dot{e} + K(e + a) = 0$, $e < -a$ (2 分)

$$\ddot{e} = \dot{e} \cdot \frac{d\dot{e}}{de} = \dot{e} \cdot q,$$

当 $|e| < a$, $q = -\frac{1}{T}$ (2 分)

当 $e > a$, $\dot{e} = \frac{-K(e - a)}{Tq + 1}$ (2 分)

令 $\dot{e} = \ddot{e} = 0$, 得奇点坐标为 $(a, 0)$ (2 分)

当 $e < -a$, $\dot{e} = \frac{-K(e + a)}{Tq + 1}$ (2 分)

令 $\dot{e} = \ddot{e} = 0$, 得奇点坐标为 $(-a, 0)$ (2 分)

八、(16 分) 已知系统的状态方程为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = [1 \quad 0]x$$

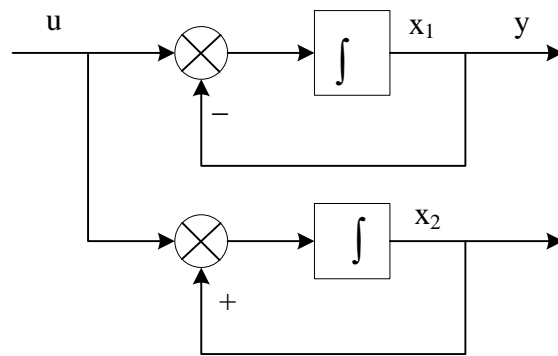
- (1) 判断系统的能控性、能观性、稳定性;
- (2) 求出系统的传递函数;
- (3) 画出系统的模拟结构图。

答案:

(1) 系统矩阵为对角阵, 特征值为-1, 1, 控制矩阵均不为 0, 可判断系统状态能控 (2 分); 由输出方程可知 y 只与 x_1 有关, 而 x_1 、 x_2 无耦合关系, 故系统状态不完全能观 (2 分); 有位于 s 右半平面的特征根, 系统不稳定。(2 分)

(2) $\frac{Y(s)}{U(s)} = c(sI - A)^{-1}b = \frac{1}{s+1}$ (式子 3 分, 结果 3 分)

(3) 图形 (4 分)



九、(20 分) 系统的传递函数为 $G(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)}$

- (1) 写出系统的能控标准 I 型状态空间描述;
- (2) 设计一状态反馈矩阵, 使闭环极点配置在-2, $-1 \pm j$ 。

答案:

(1) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = [10 \quad 0 \quad 0]x$ (6 分)

(2) 系统能控, 可实现任意极点配置。

期望特征多项式 $f^*(\lambda) = \lambda^3 + 4\lambda^2 + 6\lambda + 4$ (2 分)

$f(\lambda) = \det[\lambda I - (A + bK)] = \lambda^3 + (k_3 + 3)\lambda^2 + (k_2 + 2)\lambda + k_1$ (6 分)

令 $f(\lambda) = f^*(\lambda)$, 解得 $K = [4, 4, 1]$ (6 分)